

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

### **по математике в 5-9 классах**

Программа разработана в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта общего образования и программы по математике сост. Т.А. Бурмистрова – М.: Просвещение, 2014.

### **Пояснительная записка**

Данная рабочая программа по математике разработана на основе:

1. Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 года № 1897;
2. Примерной программы по учебным предметам по математике. М.: Просвещение, 2011
3. Программы курса «Математика. 5-9 классы» авторов В.В. Козлова и А.А. Никитина. М.: ООО «Русское слово - учебник», 2013.

Основными критериями отбора материала в содержание программы явилось выполнение требований ФГОС по формированию личностных, метапредметных, предметных результатов.

Предмет «Математика» в 5–6 классах включает в себя арифметический материал, элементы алгебры и геометрии.

Предмет «Математика» в 7–9 классах состоит из разделов «Алгебра» и «Геометрия».

Программа предусматривает изучение курса «Математика» в объеме 5 учебных часов в неделю (по 170 часов в каждом классе), т. е. 850 часов на весь курс.

### **Планируемые результаты усвоения учебного предмета, курса**

Изучение математики по УМК «Математика» для 5–9 классов в основной общеобразовательной школе даёт возможность обучающимся достичь личностных, метапредметных и предметных результатов.

*Личностные результаты* обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию обучающихся, установление обучающимися связи между учебной деятельностью и её мотивом. К личностным результатам освоения обучающимися основной образовательной программы относятся:

- сформированность представлений об основных этапах истории математической науки, современных тенденциях её развития и применения;
- сформированность потребности самореализации в творческой деятельности, выражающаяся в креативности мышления, инициативе, активности при решении математических задач;
- умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;
- креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении математических задач;
- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

*Метапредметные результаты* освоения основной образовательной программы - это:

- первоначальные представления об идеях и методах математики как об универсальном языке науки и техники, средстве моделирования явлений и процессов;
- умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;
- умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять её в нужной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;
- умение понимать и использовать математические средства наглядности (графики, диаграммы, таблицы, схемы и др.) для иллюстраций, интерпретации, аргументации;
- умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их подтверждения путём доказательств;
- умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;
- понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

– умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера.

*Предметные результаты* освоения основной образовательной программы представлены в виде групп результатов, связанных с содержательными блоками курса математики 5–9 классов.

Однако можно выделить предметные результаты, не относящиеся к какому-то блоку содержания, но достигаемые в ходе обучения по курсу «Математика» в 5–9 классах общеобразовательных организаций. Перечислим их:

- исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат;
- уметь применять изученные понятия и знания, уметь работать с учебным математическим текстом (анализировать, структурировать, извлекать необходимую информацию);
- пользоваться математическими формулами, выполнять устные, письменные, инструментальные вычисления;
- проводить несложные практические расчёты с использованием (при необходимости) справочных материалов, калькулятора, компьютера;
- выполнять чертежи, делать рисунки, схемы по условию задачи;
- точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику; использовать различные языки математики (словесный, символический, графический); обосновывать суждения, проводить классификацию, доказывать математические утверждения;
- развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках.

*Предметные результаты*

Обучающийся научится и получит возможность научиться в 5–6 классах

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать на базовом уровне понятиями: множество, элемент множества, подмножество, принадлежность;
- задавать множества перечислением их элементов;
- находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях;
- определять принадлежность элемента множеству, объединению и пересечению множеств;
- задавать множество с помощью перечисления элементов, словесного описания.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- распознавать логически некорректные высказывания.

Числа

- Оперировать на базовом уровне понятиями: натуральное число, целое число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число;

- использовать свойства чисел и правила действий с рациональными числами при выполнении вычислений;
- использовать признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении несложных задач;
- выполнять округление рациональных чисел в соответствии с правилами;
- сравнивать рациональные числа.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать результаты вычислений при решении практических задач;
- выполнять сравнение чисел в реальных ситуациях;
- составлять числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

#### Уравнения и неравенства

*Оперировать понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, корень уравнения, решение уравнения, числовое неравенство.*

#### Статистика и теория вероятностей

- Представлять данные в виде таблиц, диаграмм;
- читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы;
- *оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое;*
- *извлекать, информацию, представленную в таблицах, на диаграммах;*
- *составлять таблицы, строить диаграммы на основе данных.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- *извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений*

#### Текстовые задачи

- Решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;
- строить модель условия задачи (в виде таблицы, схемы, рисунка), в которой даны значения двух из трёх взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи;
- осуществлять способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию;
- составлять план решения задачи;
- выделять этапы решения задачи;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;

- знать различие скоростей объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки;
- решать задачи на нахождение части числа и числа по его части;
- решать задачи разных типов (на работу, на покупки, на движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними;
- находить процент от числа, число по проценту от него, находить процентное отношение двух чисел, находить процентное снижение или процентное повышение величины;
- решать несложные логические задачи методом рассуждений;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выдвигать гипотезы о границах, в которых лежат искомые величины (делать прикидку);

#### Наглядная геометрия.

#### Геометрические фигуры

- Оперировать на базовом уровне понятиями: фигура, точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, угол, многоугольник, треугольник и четырёхугольник, прямоугольник и квадрат, окружность и круг, прямоугольный параллелепипед, куб, шар. Изображать изучаемые фигуры от руки и с помощью линейки и циркуля;
- оперировать понятиями: *фигура, точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, угол, многоугольник, треугольник и четырёхугольник, прямоугольник и квадрат, окружность и круг, прямоугольный параллелепипед, куб;*
- *извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;*
- *изображать изучаемые фигуры от руки и с помощью линейки, циркуля.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи с применением простейших свойств фигур.

#### Измерения и вычисления

- выполнять измерение длин, расстояний, величин углов с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- вычислять площади прямоугольников;
- *выполнять измерение длин, расстояний, величин углов с помощью инструментов для измерений длин и углов;*
- *вычислять площади прямоугольников, квадратов, объёмы прямоугольных параллелепипедов, кубов.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, вычислять площади прямоугольников;
- выполнять простейшие построения и измерения на местности, необходимые в реальной жизни;
- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади участков прямоугольной формы, объёмы комнат.

## История математики

- описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей.

Обучающийся научится и получит возможность научиться в 7–9 классах

### Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать на базовом уровне понятиями: множество, элемент множества, подмножество, принадлежность;
- задавать множества перечислением их элементов;
- находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях;
- оперировать на базовом уровне понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство;
- приводить примеры и контрпримеры для подтверждения своих высказываний;
- *оперировать понятиями: определение, теорема, аксиома.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.

### Числа

- Оперировать на базовом уровне понятиями: натуральное число, целое число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанная дробь, рациональное число, арифметический квадратный корень;
- использовать свойства чисел и правила действий при выполнении вычислений;
- использовать признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении несложных задач;
- выполнять округление рациональных чисел в соответствии с правилами;
- оценивать значение квадратного корня из положительного целого числа;
- распознавать рациональные и иррациональные числа;
- сравнивать числа;
- *оперировать понятиями: множество натуральных чисел, множество целых чисел, множество рациональных чисел, иррациональное число, квадратный корень, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;*
- *понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа;*
- *выполнять вычисления, в том числе с использованием приёмов рациональных вычислений;*
- *выполнять округление рациональных чисел с заданной точностью;*

- *сравнивать рациональные числа;*
- *представлять рациональное число в виде десятичной дроби;*
- *упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби;*
- *находить НОД и НОК чисел и использовать их при решении задач.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- *оценивать результаты вычислений при решении практических задач;*
- *выполнять сравнение чисел в реальных ситуациях;*
- *составлять числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов;*
- *применять правила приближённых вычислений при решении практических задач и решении задач других учебных предметов.*

#### Тождественные преобразования

- *Выполнять несложные преобразования для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;*
- *выполнять несложные преобразования целых буквенных выражений: раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые;*
- *использовать формулы сокращённого умножения (квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов) для упрощения вычислений значений выражений;*
- *выполнять несложные преобразования дробно-линейных выражений и выражений с квадратными корнями;*
- *оперировать понятиями степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;*
- *выполнять преобразования целых буквенных выражений: действия с одночленами (сложение, вычитание, умножение), действия с многочленами (сложение, вычитание, умножение);*
- *выполнять разложение многочленов на множители одним из способов: вынесение за скобку, группировка, использование формул сокращённого умножения;*
- *выделять квадрат суммы и разности одночленов;*
- *раскладывать на множители квадратный трёхчлен;*
- *выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми отрицательными показателями, переходить от записи в виде степени с целым отрицательным показателем к записи в виде дроби;*
- *выполнять преобразования дробно-рациональных выражений: сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей, возведение алгебраической дроби в натуральную и целую отрицательную степень;*
- *выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни;*

- выделять квадрат суммы или разности двучлена в выражениях, содержащих квадратные корни;
- выполнять преобразования выражений, содержащих модуль.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- понимать смысл записи числа в стандартном виде;
- оперировать на базовом уровне понятием «стандартная запись числа»;
- выполнять преобразования и действия с числами, записанными в стандартном виде;
- выполнять преобразования алгебраических выражений при решении задач других учебных предметов.

#### Уравнения и неравенства

- Оперировать на базовом уровне понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, корень уравнения, решение уравнения, числовое неравенство, неравенство, решение неравенства;
- проверять справедливость числовых равенств и неравенств;
- решать линейные неравенства и несложные неравенства, сводящиеся к линейным;
- решать системы несложных линейных уравнений, неравенств;
- проверять, является ли данное число решением уравнения (неравенства);
- решать квадратные уравнения по формуле корней квадратного уравнения;
- изображать решения неравенств и их систем на числовой прямой;
- оперировать понятиями: уравнение, неравенство, корень уравнения, решение неравенства, равносильные уравнения, область определения уравнения (неравенства, системы уравнений или неравенств);
- решать линейные уравнения и уравнения, сводимые к линейным с помощью тождественных преобразований;
- решать квадратные уравнения и уравнения, сводимые к квадратным с помощью тождественных преобразований;
- решать дробно-линейные уравнения;
- решать уравнения способом разложения на множители и замены переменной;
- использовать метод интервалов для решения целых и дробно-рациональных неравенств.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные уравнения при решении задач, возникающих в других учебных предметах;
- составлять и решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, к ним сводящиеся, системы линейных уравнений, неравенств при решении задач других учебных предметов.

#### Функции

- Находить значение функции по заданному значению аргумента;



- находить значение аргумента по заданному значению функции в несложных ситуациях;
- определять положение точки по её координатам, координаты точки по её положению на координатной плоскости;
- по графику находить область определения, множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения функции;
- строить графики линейной и квадратичной функции;
- определять по графику вид заданной функции (линейной, квадратичной, обратной пропорциональности);
- определять приближённые значения координат точки пересечения графиков функций;
- оперировать на базовом уровне понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия;
- решать задачи на прогрессии, в которых ответ может быть получен непосредственным подсчётом без применения формул.
- оперировать понятиями: функциональная зависимость, функция, график функции, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность функции, чётность/нечётность функции;
- строить графики линейной, квадратичной функций, обратной пропорциональности, функции вида:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = |x|$ ;
- на примере квадратичной функции, использовать преобразования графика функции  $y = f(x)$  для построения графиков функций  $y = af(kx + b) + c$ ;
- составлять уравнение прямой по заданным условиям: проходящей через две точки с заданными координатами, проходящей через данную точку и параллельной данной прямой;
- исследовать функцию по её графику;
- находить множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, монотонности квадратичной функции;
- оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия;
- решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать графики реальных процессов и зависимостей для определения их свойств (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, области положительных и отрицательных значений и т. п.);
- использовать свойства линейной функции и её график при решении задач из других учебных предметов.

#### Статистика и теория вероятностей

- Иметь представление о статистических характеристиках, вероятности случайного события, комбинаторных задачах;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом прямого и организованного перебора;
- представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков;

- читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика;
- определять основные статистические характеристики числовых наборов;
- оценивать вероятность события в простейших случаях;
- иметь представление о роли закона больших чисел в массовых явлениях.
- оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения выборки, размах выборки;
- извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- составлять таблицы, строить диаграммы и графики на основе данных;
- оперировать понятиями: факториал числа, размещения, перестановки и сочетания, треугольник Паскаля;
- применять правило произведения при решении комбинаторных задач;
- решать задачи на вычисление вероятности с подсчётом количества вариантов с помощью комбинаторики.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать количество возможных вариантов методом перебора;
- иметь представление о роли практически достоверных и маловероятных событий;
- сравнивать основные статистические характеристики, полученные в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления;
- оценивать вероятность реальных событий и явлений в несложных ситуациях;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;
- определять статистические характеристики выборок по таблицам, диаграммам, графикам, выполнять сравнение в зависимости от цели решения задачи.

#### Текстовые задачи

- Решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;
- строить модель условия задачи (в виде таблицы, схемы, рисунка или уравнения), в которой даны значения двух из трёх взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи;
- осуществлять способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию;
- составлять план решения задачи;
- выделять этапы решения задачи;

- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- знать зависимости между скоростями объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки;
- решать задачи на нахождение части числа и числа по его части;
- решать задачи разных типов (на работу, на покупки, на движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними;
- находить процент от числа, число по проценту от него, находить процентное снижение или процентное повышение величины;
- решать несложные логические задачи методом рассуждений;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выдвигать гипотезы о границах, в которых лежат искомые в задаче величины (делать прикидку).

#### Геометрические фигуры

- Оперировать на базовом уровне понятиями геометрических фигур;
- извлекать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах в явном виде;
- применять для решения задач геометрические факты, если условия их применения заданы в явной форме;
- решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;
- оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией плоских фигур (треугольников, четырёхугольников, окружностей и др.).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения типовых задач, возникающих в ситуациях повседневной жизни, задач практического содержания;
- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

#### Отношения

- Оперировать на базовом уровне понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные треугольники;

- оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач;
- характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения простейших задач, возникающих в реальной жизни;
- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

#### Измерения и вычисления

- Выполнять измерение длин, расстояний, величин углов с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- применять формулы периметра, площади и объёма, площади поверхности отдельных многогранников при вычислениях, когда все данные имеются в условии;
- применять теорему Пифагора, базовые тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей в простейших случаях;
- оперировать представлениями о длине, площади, объёме как величинами;
- применять теорему Пифагора, формулы площади, объёма при решении многошаговых задач, в которых не все данные представлены явно, а требуют вычислений, оперировать более широким количеством формул длины, площади, объёма, вычислять расстояния;
- проводить простые вычисления на объёмных телах;
- формулировать задачи на вычисление длин, площадей и объёмов и решать их.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади в простейших случаях, применять формулы в простейших ситуациях в повседневной жизни;
- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

#### Геометрические построения

- Изображать типовые плоские фигуры и фигуры в пространстве от руки и с помощью инструментов;
- изображать геометрические фигуры по текстовому и символьному описанию;

- свободно оперировать чертёжными инструментами в несложных случаях;
- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

#### Геометрические преобразования

- Строить фигуру, симметричную данной фигуре относительно оси или точки;
- оперировать понятием движения и преобразования подобия, владеть приёмами построения фигур с использованием движений и преобразований подобия, применять полученные знания и опыт построений в смежных предметах и в реальных ситуациях окружающего мира;
- строить фигуру, подобную данной, пользоваться свойствами подобия для обоснования свойств фигур;
- применять свойства движений для проведения простейших обоснований свойств фигур.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- распознавать движение объектов в окружающем мире;
- распознавать симметричные фигуры в окружающем мире.

#### Векторы и координаты на плоскости

- Оперировать на базовом уровне понятиями: вектор, сумма векторов, разность векторов, произведение вектора на число, координаты на плоскости;
- определять приближённо координаты точки по её изображению на координатной плоскости;
- оперировать понятиями: вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;
- выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), вычислять скалярное произведение, определять в простейших случаях угол между векторами, выполнять разложение вектора на составляющие, применять полученные знания в физике, пользоваться формулой вычисления расстояния между точками по известным координатам, использовать уравнения фигур для решения задач;
- применять векторы и координаты для решения геометрических задач на вычисление длин, углов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать векторы для решения простейших задач на определение скорости относительного движения;
- *использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам.*

#### История математики

- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей;
- понимать роль математики в развитии России.

#### Методы математики

- Выбирать подходящий изученный метод для решения изученных типов математических задач;
- приводить примеры математических закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;
- *используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение;*
- *выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач.*

### Содержание учебного предмета, курса

#### 5 класс

Геометрические фигуры. Плоскость. Точка и отрезок. Фигуры на плоскости. Угол, образованный отрезками. Треугольник и его свойства. Плоские фигуры. Четырёхугольники и их свойства. Окружность и круг. Прямоугольник и его элементы. Треугольник и его элементы. Наглядные свойства четырёхугольников. \**Многоугольники*. Углы. Прямой угол. Равенство фигур на плоскости.

Об измерении величин. Измеряемые величины. Сравнение и оценка. Натуральные числа. Дробные числа. Точность измерений. Приближённое значение. Переменные величины. Числовые выражения. Формулы.

Натуральные числа. Представление натуральных чисел в виде сумм. Разрядные единицы. Запись натуральных чисел при помощи разрядных единиц. \**Запись чисел в римской нумерации*. Определение степени числа. Основание и показатель степени. Десятичная система счисления. Правило сравнения чисел по их десятичной записи. Десятичные приближения. Представления о порядке величины. Отрезок, ломаная. Отрезок. Равенство отрезков и его свойство. Взаимное расположение двух отрезков. Длина отрезка. Расстояние между точками. Основные свойства длины. Определение треугольника. Неравенство треугольника. Длина ломаной. Периметр многоугольника. Сложение и вычитание натуральных чисел. Сложение разрядных единиц. Алгоритм сложения. О способах сложения.

Луч, прямая. Определение луча. Способы задания лучей. Свойства лучей. Прямые и их обозначения. Основное свойство прямой. Противоположные лучи. Полуплоскость. Понятия числовой прямой и числового луча. Сравнение на числовой прямой.

Умножение натуральных чисел. Определение умножения. Основные законы умножения. Свойства чисел 1 и 0 при умножении. Особые случаи основных законов. Умножение натурального числа на степени числа 10. Алгоритм умножения натуральных чисел. \*Умножение чисел, оканчивающихся нулями. Скобки. Примеры раскрытия и расстановки скобок. Вынесение общего множителя за скобки.

Углы. Угол между лучами с общей вершиной. Плоский угол. Развёрнутый угол. Равенство углов. Градусная мера угла. Величина угла. Основное свойство градусной меры. Биссектриса угла. \*Пример на вычисление суммы углов треугольника. Прямой угол. Смежные и вертикальные углы. Острый и тупой угол.

Деление натуральных чисел. Деление нацело одного натурального числа на другое. Геометрический смысл деления одного числа на другое. Основное свойство частного. Признаки делимости на 2, на 3, на 5, на 9, на 10. \*Составные и простые числа. Деление чисел с остатком. Геометрический смысл деления с остатком. Алгоритм деления с остатком «уголком». Определение чётных и нечётных чисел.

Прямоугольные треугольники. Определение прямоугольных треугольников. Равенство прямоугольных треугольников. Признак равенства прямоугольных треугольников. Соответственные элементы равных треугольников. Свойство диагонали прямоугольника. Сумма углов прямоугольного треугольника. Равенство диагоналей прямоугольника. Свойство диагоналей квадрата.

Дроби. Простейшая дробь  $\frac{1}{2}$  и дроби вида  $\frac{m}{n}$ . Простейшая дробь  $\frac{1}{3}$  и дроби вида  $\frac{k}{3}$ . Дробные числа. Равенство дробных чисел. Основное свойство дроби. Сокращение дробей. Приведение дробей к общему знаменателю. Произведение двух дробей. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями. Деление на ненулевую дробь. Законы сложения и умножения. Арифметические действия со смешанными дробными числами. Правило сравнения дробных чисел. Неравенства. Прибавление числа к обеим частям неравенства и вычитание числа из обеих частей неравенства.

Площадь плоских фигур. Основные свойства площади. Площади прямоугольника и квадрата. Как извлечь корень из числа. Формула площади прямоугольного треугольника. Вычисление площадей на клетчатой бумаге. Площадь четырёхугольника. Равносоставленные фигуры. Теорема Пифагора.

Десятичные дроби. Дроби со знаменателями, равными степени числа 10. Цифры целой и дробной части. Изображение десятичных дробей на числовой прямой. Правило сравнения десятичных дробей. Двойное неравенство. Запись десятичных приближений. \*Знак приближённого равенства. Правило сложения и вычитания десятичных дробей. Правило умножения десятичных дробей. Правило умножения десятичной дроби на 10 и на  $\frac{1}{10}$ . Схема деления уголком десятичной дроби на натуральное число.

Практическое сравнение величин. Определение одного процента от величины. Определение  $m\%$  от величины. Примеры нахождения величины, когда известно значение заданного числа её процентов. Задание зависимости величин с помощью таблиц.

Понятие о диаграмме. Задание зависимости между величинами с помощью формул. Построение таблиц. Понятие масштаба. Масштаб географической карты.

Применение формул в практической деятельности. Формулы. Вычисление сторон прямоугольного треугольника. Прямоугольный параллелепипед. Объём прямоугольного параллелепипеда и куба. Примеры использования формулы объёма прямоугольного параллелепипеда. Повторение.

### 6 класс

Направление и координаты. Игра «Морской бой». Координаты на прямой и на плоскости. Способы задания направлений.

Делители и кратные. Делители натурального числа. \**Признак чётности натурального числа*. Нечётные числа. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Использование признаков делимости для разложения числа в произведение простых. Применение разложения на множители при сокращении дробей. Наибольший общий делитель (НОД). Взаимно простые числа. Наименьшее общее кратное (НОК). Приведение дробей к общему знаменателю.

Первый признак равенства треугольников. Медиана. Биссектриса угла в треугольнике. Высота треугольника. Соответствия между элементами треугольников. Первый признак равенства треугольников. Равнобедренный треугольник и его свойства. Равносторонний треугольник. Ромб. Свойства ромба.

Целые числа. Решение уравнений вида  $x + a = b$ . Изображение отрицательных чисел на числовой оси. Целые числа. Симметричность на числовой прямой относительно начала отсчёта. Сравнение целых чисел. Свойство сравнения целых чисел. Модуль или абсолютная величина числа.

Перпендикулярность прямых и отрезков. Перпендикулярные прямые. Перпендикуляр. Расстояние от точки до прямой. Серединный перпендикуляр. Теорема Пифагора и теорема, обратная теореме Пифагора. Прямоугольные треугольники с целочисленными сторонами. Сложение и вычитание целых чисел. Прибавление натурального числа к целому числу. Прибавление отрицательного целого числа к целому числу. Свойства сложения целых чисел. Противоположные целые числа. Сумма двух отрицательных целых чисел. Сумма чисел противоположных знаков. Модуль суммы целых чисел. Разность целых чисел. Иллюстрация разности целых чисел с помощью линеек. Приведение разности целых чисел к сумме.

Окружность. Вписанные и описанные многоугольники. Диаметр и хорда окружности. Диаметр, перпендикулярный к хорде. Определение касательной и её свойство. Признаки касания прямой с окружностью. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники. Правильный тетраэдр. Куб. Сфера.



Умножение и деление целых чисел. Произведение двух целых чисел разных знаков. Умножение чисел одного знака. Умножение на нуль. Законы умножения. Правило знаков. Буквенные выражения и их равенство. Коэффициенты. Приведение подобных членов. Частное целых чисел. Делимое и делитель. Правило знаков при делении. Следствие правил знаков.

Осевая симметрия. Наглядная симметрия. Симметрия точек относительно оси. Осевая симметрия. Симметрия фигур. Фигуры, симметричные самим себе. Симметрия угла. Оси симметрии ромба. Зеркальная симметрия.

Дробные числа. Сокращение дробей. Наименьший общий знаменатель. Сложение и вычитание дробей любого знака. Противоположные дроби. Положительные и отрицательные дроби. Правило знаков. Сокращение дробей. Умножение дробей. *\*Взаимно обратные дроби.* Отношение дробей. Правило знаков для частного. Основные свойства частного. Свойства дробей. Координаты точки на прямой. Формула для вычисления расстояния между точками с заданными координатами. Общее правило сравнения дробей. Условие равенства дробей. Переместительный и сочетательный законы сложения для дробей. Свойства нуля и противоположного элемента. Свойства операций сложения и умножения для дробей. Свойство единицы и обратного элемента. Распределительный закон. Прибавление числа к обеим частям равенства. Умножение обеих частей равенства на число. Решение уравнений вида  $ax = b$  при  $a \neq 0$ . Основное свойство частного.

Координатная плоскость. Оси координат. Координаты точки. Деление плоскости на четверти. Построение точки, симметричной данной. Свойства биссектрисы первой и третьей четвертей. Длина отрезка на координатной плоскости. Корень квадратный.

Пропорции. Сравнение однородных величин. Отношение неоднородных величин. Пропорция. Основное свойство пропорции. Зависимость пути от времени. Определение прямой пропорциональности двух зависимых величин. Понятие смеси, компоненты смеси. Условия сохранения массы.

Десятичные дроби. Положительные и отрицательные десятичные дроби. Сложение, вычитание и умножение десятичных дробей. Деление десятичных дробей. Перевод обыкновенных дробей в десятичные. Деление «уголком». Применение графиков на практике. Масштабы на осях системы координат. Определение времени по графику движения. Задача о падении камня в колодезь. Формула зависимости времени от скорости движения. Обратная пропорциональность величин. Задача о постройке туннеля.

Повторение.

## 7 класс

Углы. Угол, образованный двумя лучами. Сумма плоских углов. Биссектриса плоского угла. Внутренние углы треугольника. Градусная мера плоских углов и её свойство. Измерение плоских углов. Дуги окружности и углы между её радиусами.

Степень с целым показателем. Основание и показатель степени с натуральным показателем. Квадрат и куб числа. Основные свойства степеней с целыми показателями. Число, обратное степени. Степень отношения двух чисел. Определение отрицательной степени числа  $a$ .

Тождества. Числовое выражение как значение буквенного выражения. Тождественное преобразование буквенных выражений. Коэффициент и степень одночлена. Многочлен. Сумма, разность и произведение многочленов. Стандартная форма многочлена. Разложение на множители двучлена  $a^n - 1$ . \* *Квадрат суммы и квадрат разности*. Формулы  $(a + b)^3$  и  $(a + b)^4$ . Биномиальные коэффициенты и треугольник Паскаля.

Признаки равенства треугольников. Признаки равенства треугольников. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Построение треугольников по трём элементам. Построение угла, равного данному. Площадь прямоугольного треугольника и её свойства. Формула площади произвольного треугольника. Площадь равностороннего треугольника.

Уравнения. Линейные уравнения с одним неизвестным. Примеры задач на составление линейного уравнения. Алгебраические уравнения. Равносильные преобразования уравнения с одной переменной. Алгебраические уравнения с двумя неизвестными. Параллельность. Два перпендикуляра к одной прямой. Определение параллельности прямых. Аксиома параллельности. Признаки параллельности прямых.. Внутренние накрест лежащие углы. Внутренние односторонние углы и соответственные углы при секущей. Свойство секущей параллельных прямых. Сумма внутренних односторонних углов, образуемых секущей двух параллельных прямых. \* Сумма углов треугольника. Понятие внешнего угла треугольника.

Числовые неравенства. Строгие неравенства. Сравнение чисел. Прибавление числа к обеим частям неравенства. Умножение обеих частей неравенства на положительное и отрицательное числа. Неравенства с одной переменной. Равносильность неравенств. Линейные неравенства с одной переменной. Правила преобразований неравенств, сохраняющих равносильность. Нестрогие неравенства с одной переменной. Промежутки числовой прямой. Почленное сложение и умножение неравенств.

Параллелограмм. Определение параллелограмма. Свойства параллелограмма. Свойство точки пересечения диагонали параллелограмма. Сумма соседних углов параллелограмма. Определение прямоугольника как параллелограмма с прямым углом. Ромб как частный случай параллелограмма. Признаки параллелограмма. Основание и высота параллелограмма. Вычисление площади параллелограмма. Центральные симметричные фигуры. Центральная симметрия как поворот на  $180^\circ$ . Свойство центрально-симметричных прямых.

Пропорциональные отрезки. Свойство прямой, проходящей через середину стороны треугольника параллельно другой стороне. Средняя линия треугольника и её свойство. \* Свойство точки пересечения медиан треугольника. Теорема Фалеса. Определение трапеции. Основания и боковые стороны трапеции. Разбиение трапеции на треугольник и параллелограмм. Теорема о средней линии трапеции. Формула площади трапеции.

Линейная функция. Определение прямой пропорциональности двух переменных величин. Формула прямой пропорциональности  $y = kx$ . Определение линейной функции. Параллельность прямых  $y = kx + b$  и  $y = kx$ . Угловой коэффициент прямой  $y = kx + b$ . Связь между графиками линейных функций и уравнениями с двумя неизвестным. Определение арифметической прогрессии. Первый член и

разность арифметической прогрессии. Формула суммы членов арифметической прогрессии. Понятие функциональной зависимости. График функции. \*Функция  $y = |x|$ .

Свойства окружностей. Основное свойство касательной. Свойства отрезков касательных. Длина отрезков касательных для окружности, вписанной в треугольник. \*Окружность, вписанная в прямоугольный треугольник. \*Свойство сторон описанного четырёхугольника. Общая касательная двух окружностей. Общая касательная к двум равным окружностям. Общая касательная к двум окружностям с различными радиусами. Отрезки общих внешних касательных. Отрезки общих внутренних касательных. Системы уравнений. Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Решение линейного уравнения в целых числах. Целочисленные решения уравнений вида  $ax = by$ .

Многоугольники. Четырёхугольник. Сумма углов выпуклого четырёхугольника. Сумма внешних углов выпуклого четырёхугольника. Вычисление площади четырёхугольника. Многоугольная область. Выпуклый многоугольник. Площадь многоугольников на клетчатой бумаге. Приближённые вычисления. Последовательные приближения снизу и сверху. Понятие абсолютной погрешности. Десятичные приближения положительного числа с точностью до целой разрядной единицы. Десятичные приближения отрицательного числа. Округление положительного числа. Приближённое значение частного. Оценка погрешности. Приближённое вычисление квадратного корня.

Повторение.

## 8 класс

Занимательные и логические задачи. Примеры занимательных задач. Решение текстовых задач арифметическим способом. Принцип Дирихле. Параллельный перенос на координатной плоскости. Параллельный перенос фигуры вдоль оси абсцисс и оси ординат. Правило параллелограмма. Последовательное выполнение параллельных переносов вдоль оси координат. Общее понятие параллельного переноса на координатной плоскости и его свойства. Формулы преобразования координат при параллельном переносе. Прямоугольная система координат в пространстве. Формула расстояния между точками в пространстве. Квадратные уравнения. Квадратичная зависимость. Свойства и график функции  $y = x^2$ . Квадратный корень и его свойства. Арифметический квадратный корень. Радикал. Свойства арифметических корней. Рациональные и иррациональные числа. Простейшие квадратные уравнения. Отбор корней в практических задачах. Дискриминант и корни квадратного уравнения. Графическое решение квадратных уравнений. График функции  $y = x^2 + px + q$ . Вершина и ветви параболы  $y = x^2 + px + q$ . Расположение параболы в зависимости от параметров  $p$  и  $q$ .

Гомотетия. Свойства параллельных секущих сторон угла. Теорема Фалеса. Обобщённая теорема Фалеса. Отрезки параллельных прямых, отсекаемые сторонами угла. Обратная теорема Фалеса. Новый признак параллельности прямых. Гомотетия точки.

Определение гомотетичных фигур. Центр и коэффициент гомотетии. Основное свойство гомотетии. Взаимная гомотетичность фигур. Гомотетия окружностей.

Многочлены. Многочлены от одной переменной. Сумма и произведение многочленов. Разложимость многочленов на множители. Деление с остатком. Схема деления «уголком». Значение многочлена. Теорема Безу. Корень многочлена. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители. Теорема Виета для корней квадратного трёхчлена. Обратная теорема Виета для квадратного трёхчлена.

Подобие. Определение подобия фигур. Свойства сторон и углов подобных треугольников. Признаки подобия треугольников. Отношение площадей подобных треугольников. Высота прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, и её свойства. Основное свойство биссектрисы угла треугольника. Признак биссектрисы треугольника.

Алгебраические дроби. Алгебраические дроби. Область определения алгебраической дроби. Равенство алгебраических дробей. Основное свойство алгебраических дробей. Сокращение алгебраических дробей. Сложение и вычитание алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Умножение алгебраических дробей. Деление алгебраических дробей. Векторы. Связанные векторы. Сумма векторов. Правило параллелограмма. Вычитание векторов. Законы сложения и вычитания векторов. Умножение вектора на действительное число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Равенство векторов и его свойства. Свободные векторы. Правило многоугольника для сложения векторов. Законы сложения и умножения для свободных векторов. Разложение свободных векторов по составляющим. Знакомство с векторами в пространстве. Разложение векторов по трём составляющим, не лежащим в одной плоскости.

Выражения с радикалами. Освобождение от иррациональности в знаменателе. \*Сопряжённые выражения. Степень с показателем  $\frac{1}{2}$ . Начальные представления о функции  $y = \sqrt{x}$ . Построения по формулам. Построение отрезка длины  $\sqrt{ab}$  и  $\sqrt{a^2 + b^2}$ . Кубический корень. Кубический корень из отрицательного числа. Сравнение кубов чисел. Сравнение кубических корней. Действия с корнями третьей степени.

Тригонометрические функции острого угла. Синус и косинус острого угла. Синус и косинус углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ . Вычисление элементов прямоугольного треугольника с помощью синуса и косинуса острого угла. Зависимости между катетом, гипотенузой и тригонометрическими функциями острого угла. Определение синуса и косинуса с помощью единичной тригонометрической окружности. Равенство  $\cos\alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$ . Равенство  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ . Тангенс и котангенс острого угла. Общие правила вычислений с помощью тангенса. Знакомство с некоторыми тригонометрическими формулами острого угла.

Центральные и вписанные углы. Дуга и центральный угол окружности. Угловая мера дуги окружности. Равенство дуг окружности между параллельными хордами. Угловая мера дуги. Определение вписанного угла. Теорема об измерении вписанного угла. Свойство

биссектрисы угла треугольника. Признак равенства вписанных углов. Величины вписанных углов окружности, опирающихся на одну хорду. Свойство углов вписанного четырёхугольника.

Тригонометрические функции направленного угла. Изображение угла на тригонометрической окружности. Поворот положительного луча оси абсцисс на угол  $\alpha$ . Синус и косинус центрального угла от  $0$  до  $360^\circ$ . Равенство  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$  для углов, меньших  $360^\circ$ . Тангенс и котангенс углов, меньших  $360^\circ$ . Вычисление тригонометрических функций для углов от  $90^\circ$  до  $360^\circ$ . Угол отрицательной величины в пределах от  $-360^\circ$  до  $0^\circ$ . Тригонометрические функции направленных углов. Связь между тригонометрическими функциями противоположно направленных углов. График функции  $y = \sin x$  и её свойства. График функции  $y = \cos x$  и её свойства.

Метод последовательных приближений. Абсолютная и относительная погрешность. Округление приближённых значений. Примеры приближённого вычисления корней методом деления отрезка пополам. Приближённые вычисления для кубических корней. Иллюстрация метода исчерпывания при вычислении площади фигуры с криволинейной границей. Оценка площади сверху. Последовательные приближения для вычисления квадратных корней.

Повторение

9 класс

Множества. Множество и его элементы. Виды множеств. Промежутки числовой прямой. Равенство множеств. Объединение, пересечение множеств. Общие отношения для множеств. Разность множеств. Дополнение множеств. Диаграммы Эйлера-Венна. Соотношения для множеств.

Числовые функции. Обозначения функций. Способы задания функций. \*Задание функции с помощью нескольких формул. График функции. \* Промежутки монотонности. Чётные и нечётные функции. График квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Растяжение и сжатие вдоль осей координат. Геометрическое определение параболы  $y = x^2$ . Графики уравнений вида  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ . Общее уравнение эллипса. Гиперболы вида  $y = \frac{k}{x}$ . Ветви и асимптоты гиперболы.

Системы уравнений. Равносильность систем уравнений. О несовместной системе уравнений. Метод подстановки. Замена неизвестных. Запись систем линейных уравнений. Система треугольного вида. Метод Гаусса. Хорда и секущие. Измерение угла между секущими. Угол между касательной и секущей. Угол между хордой и касательной. Измерение угла с вершиной внутри окружности. Пересекающиеся хорды окружности. Свойство отрезков пересекающихся хорд. Свойство отрезков секущих.

Неравенства. Строгие неравенства. Равносильные неравенства. Умножение неравенства на отрицательное число. Прибавление одного и того же слагаемого к обеим частям неравенства. Нестрогие неравенства и их свойства.

Формулы преобразования тригонометрических функций. Таблица значений тригонометрических функций основных углов. Направленные углы. Тригонометрические функции направленного угла. Косинус суммы и разности углов. Синус и косинус угла  $90^\circ - \alpha$ . Синус суммы и разности углов. Тангенс суммы углов. Косинус и синус двойного угла. Формулы понижения степени тригонометрических функций. Тангенс двойного угла. Формулы приведения тригонометрических функций.

Метрические соотношения в треугольнике. Теорема косинусов. Свойства диагоналей параллелограмма. Формула Герона. Длина хорды окружности. Вычисление сторон вписанного в окружность треугольника. Теорема синусов. Свойство биссектрисы треугольника. Вычисление элементов треугольника. *\*Вычисление элементов треугольника по двум сторонам и углу.*

Квадратные неравенства. Общий вид квадратного неравенства. Графический метод решения квадратных неравенств. Правила нахождения корней квадратного неравенства. Знаки квадратного трёхчлена на промежутках числовой прямой. Метод интервалов для произведения линейных множителей. Скалярное произведение векторов. Операции сложения, вычитания векторов и умножения вектора на число. Координатное определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения. Преобразование выражений с векторами. Скалярный квадрат вектора. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Нахождение угла между векторами с помощью скалярного произведения. Скалярное произведение перпендикулярных векторов.

Степень с рациональным показателем. Функция  $y = x^n$ . Параллельный перенос графика функции. Функция  $y = \frac{1}{x^n}$ . Арифметический корень  $n$ -й степени из неотрицательного числа. Правила действия с корнями  $n$ -й степени. Решение биквадратного уравнения. Степень с рациональным показателем. Произведение и отношение степеней с разными основаниями.

Последовательности. Определение последовательности. Способы задания последовательности. *\*Рекуррентный способ задания последовательности.* Метод математической индукции. Обобщение схемы индукции. Арифметическая прогрессия. Формула общего члена арифметической прогрессии. Сумма членов арифметической прогрессии. Геометрическая прогрессия. Сумма членов геометрической прогрессии.

Комбинаторные задачи. Задачи о перечислении комбинаций. Обобщение правила суммы. Формула включений и исключений. Правило произведения. Сочетание из  $n$  элементов по  $k$ . Размещение из  $n$  элементов по  $k$ . Размещение с повторениями. Перестановки.

Элементы теории вероятностей и математической статистики. Эксперименты с равновероятными исходами. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Частота. Закон больших чисел. Применение закона больших чисел к решению практических задач. Генеральная совокупность и выборка. Репрезентативная выборка. Выборочное среднее. Выборочная медиана. Размах и дисперсия.

Элементы математической логики. Высказывания. Предикаты. Область истинности предиката. Равносильность предикатов. Квантор всеобщности и квантор существования. Конъюнкция высказываний и предикатов. Дизъюнкция высказываний и предикатов.

Отрицание высказывания и предиката. Импликация высказываний и предикатов. Контрпример. Необходимость и достаточность. Обратное утверждение. Прямая и обратная теоремы. \*Метод доказательства от противного. Неевклидовы геометрии. Сферические отрезки и треугольники. Пятый постулат Евклида. Аксиома Лобачевского. Свойства геометрии Лобачевского, отличные от обычных.